

1 以下の不定積分・定積分を求めよ。結果のみを解答欄に記せ。
 C を積分定数として用いてよい。 [5 × 8 = 40 点 知識技能]

- | | |
|---|---------------------------------------|
| (1) $\int \frac{3x^2}{x^3+1} dx$ | (2) $\int \frac{2x^3-9x-6}{x^2-4} dx$ |
| (3) $\int x \cos x dx$ | (4) $\int e^x \sin 2x dx$ |
| (5) $\int \sin x \cos x dx$ | (6) $\int \frac{dx}{\sin x}$ |
| (7) $\int_0^3 \frac{dx}{\sqrt{36-x^2}}$ | (8) $\int_0^1 \frac{dx}{1+x^2}$ |

(1)	$\log x^3+1 + C$
(2)	$x^2 + \log \frac{ x+2 }{(x-2)^2} + C$
(3)	$x \sin x + \cos x + C$
(4)	$\frac{1}{5}(\sin 2x - 2 \cos 2x)e^x + C$
(5)	$-\frac{1}{4} \cos 2x + C$
(6)	$\frac{1}{2} \log \frac{1-\cos x}{1+\cos x} + C$
(7)	$\frac{1}{6}\pi$
(8)	$\frac{1}{4}\pi$

2 問題文問題文問題文問題文問題文問題文問題文問題文問題文問題文
 問題文問題文問題文問題文問題文問題文問題文問題文問題文問題文
 問題文問題文... [10 点 知識技能]

〈解決〉

解答例解答例解答例解答例解答例解答例解答例解答例解答例解答例
 解答例解答例解答例解答例解答例解答例解答例解答例解答例解答例
 解答例解答例解答例解答例解答例解答例解答例解答例解答例解答例
 解答例...

このソースファイルは、`\sethideanswer` という命令を追加するだけで解答欄の中身や〈解決〉以後の内容、配点を見えないようにできます。すなわち、同じファイルのスイッチングによって問題と解答を一度に作成できます。

3 $0 \leq x$ ならば $1 - \frac{x^2}{2} \leq \cos x$ となることを示せ。 [15 点 思考判断表現]

〈解決〉

$0 \leq x$ とする。まず

$$f(x) = \cos x - \left(1 - \frac{x^2}{2}\right) \quad \dots \textcircled{1}$$

とおく。①を微分して

$$f'(x) = -\sin x + x$$

$$f''(x) = -\cos x + 1$$

となる。ここで、 $\cos x$ の性質から

$$\cos x \leq 1$$

$$-1 \leq -\cos x$$

$$0 \leq -\cos x + 1 = f''(x) \quad (\because \text{両辺に } 1 \text{ を加えた})$$

を得る。したがって $f'(x)$ は単調に増加し、

$$f'(0) = -\sin 0 + 0 = 0$$

ゆえ $0 \leq f'(x)$ となる。よって $f(x)$ は単調に増加し、

$$f(0) = \cos 0 - (1 - 0) = 0$$

であるから $0 \leq f(x)$ となる。以上より

$$0 \leq \cos x - \left(1 - \frac{x^2}{2}\right)$$

すなわち

$$1 - \frac{x^2}{2} \leq \cos x$$

が従う。■

$f'(x)$ の符号が俄かに分からなかったため、 $f''(x)$ も調べた。単調増加に等号を含むが、示すべき式に等号があり十分。

3年数学Ⅲ見本考査

2024-11-25 実施 (50 分間)

計算用紙

この用紙は回収しません。