

01 《講義》

02 初項が 1 かつ公差が 2 の等差数列について、初項から第 10 項までの和は

03 
$$1 + 3 + 5 + 7 + 9 + 11 + 13 + 15 + 17 + 19$$

04 である。しかし、このように項をすべて書き並べることは、項が増えれば増えるほど  
05 困難である。そこで、よく

06 
$$1 + 3 + 5 + \dots + 19$$

07 のように書き表す。しかし、このように…で省略することは曖昧さが残る。そこで、  
08 これを簡潔かつ厳密に書き表すために、新たな記号を導入する。

09 初項が 1 かつ公差が 2 の等差数列は、一般項が  $a_n = 2n - 1$  である。これを初項  
10 (第 1 項) から第 10 項まで足すことを

11 
$$\sum_{n=1}^{10} (2n - 1)$$

12 と書く。文字  $n$  に  $n = 1, 2, 3, \dots, 10$  を順に代入し、すべて足し合わせるという意味  
13 で、  
14

15 
$$\sum_{n=1}^{10} (2n - 1) = \underbrace{1 + 3 + 5 + 7 + 9 + 11 + 13 + 15 + 17 + 19}_{2n-1 \text{ の第 1 項から第 10 項の和}}$$

16 である。初項が 1 かつ公差が 2 の等差数列の初項から第  $n$  項までの和を書きたい。  
17  
18 ここで、末項を第  $n$  項とすると、  
19

20 
$$\sum_{n=1}^n (2n - 1) \quad (\text{注: この式は不適切})$$

21 となってしまう  $n$  が混線する。そこで、一般項を別の文字で書きなおし  $a_k = 2k - 1$   
22 として、  
23

24 
$$\sum_{k=1}^n (2k - 1)$$

25 と書く。これは  
26

27 
$$\sum_{k=1}^n (2k - 1) = 1 + 3 + 5 + \dots + (2(n - 1) + 2) + (2n - 1)$$

28 である。  
29

30 ここで、一般項に用いる文字は何でもよいが、文字  $k$  を用いることが多い（高校  
31 課程ではとくに  $k$  をよく見る）。この文字  $k$  は計算が済むと消えてしまう。  
32

01 《定義》  $\Sigma$  記号 capital-sigma notation

02 数列  $a_n$  に対し、

$$03 \quad \sum_{k=m}^n a_k = a_m + a_{m+1} + a_{m+2} + \cdots + a_{(n-1)} + a_n$$

04 と書く。

06  
07 〈分析〉

08 文字  $k$  に  $m$  から  $n$  を代入しながら足すことを意味する。

09 文字  $k$  は代入用の器なので、書き下すと残らない。

10 たとえば、次のようになる：

$$11 \quad \sum_{k=1}^5 a_k = a_1 + a_2 + a_3 + a_4 + a_5,$$

$$12 \quad \sum_{k=1}^5 a_{2k} = a_{2 \cdot 1} + a_{2 \cdot 2} + a_{2 \cdot 3} + a_{2 \cdot 4} + a_{2 \cdot 5}$$

$$13 \quad = a_2 + a_4 + a_6 + a_8 + a_{10}.$$

16  
17 〈補足〉

18 縦に狭いときなどは  $\sum_{k=m}^n a_k$  とも書く。

19 〈補足〉

20  $\Sigma$  はギリシア文字のひとつであり「シグマ」と読む。記号そのものは「数列  $\{a_k\}$   
21 を  $k = m$  から  $n$  まで足すと」などと意味を読めばよい。

22 †〈補足〉

23 本来、 $\Sigma$  記号の定義に  $\cdots$  が使われていては厳密性に欠ける。厳格には次のように  
24 定義する：

$$25 \quad \sum_{k=1}^n a_k = \begin{cases} a_1 & (n = 1) \\ \sum_{k=1}^{n-1} a_k + a_n & (n \geq 2) \end{cases}$$

$$26 \quad \sum_{k=m}^n a_k = \sum_{k=1}^n a_k - \sum_{k=1}^{m-1} a_k \quad (m \geq 2).$$

27  
28  
29  
30  
31 このように、自然数  $n$  に対する定義に自然数  $n - 1$  までの定義を用いることを**再帰**  
32 **的定義**または**帰納的定義**と呼ぶ。